

Πώς να γράφεις μια καλή αναφορά (Lab Report)

ΔΕΙΓΜΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΟΔΗΓΙΩΝ

ΤΙΤΛΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ: ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΟΥ C/D

Εισαγωγή-Θεωρία:

Πώς συνδέεται το μήκος της περιφέρειας (C) ενός κύκλου προς την διάμετρο του (D)? Στο εργαστήριο αυτό, σχεδιάζεις ένα πείραμα για να ελέγξεις την υπόθεση σχετικά με την γεωμετρία των κύκλων. Αυτή η ενασχόληση είναι μια εισαγωγή στις αναζητήσεις του εργαστηρίου φυσικής. Έχει σχεδιαστεί για πρακτική εξάσκηση πως να λαμβάνονται μετρήσεις, να αναλύονται δεδομένα, και να εξαγονται συμπεράσματα, χωρίς να απαιτούνται ειδικές γνώσεις της φυσικής.

Όργανα (ανά ομάδα):

- Μετροταινία, χαρτί
- Διαστημόμετρο (Vernier calipers)
- Πέντε τουλάχιστον αντικείμενα με διαμέτρους από ~1 cm έως ~10 cm: (κέρματα, μπίλιες, AA μπαταρίες, PVC σωλήνες)

Πειραματική Διαδικασία:

Σχεδίασε μια πειραματική διαδικασία για να ελέγξεις την ακόλουθο υπόθεση:

Υπόθεση: Το μήκος της περιφέρειας (C) ενός κύκλου είναι απ' ευθείας ανάλογο προς την διάμετρο (D).

Βεβαιώσου ότι καταγράφεις σε ένα πρόχειρο χαρτί ό,τι μετράς καθ'όλη τη διάρκεια των μετρήσεων. Όταν ολοκληρώσεις το σύνολο των μετρήσεων, θα τις καθαρογράψεις είτε σε μια σελίδα στο τέλος του τετραδίου σου χωρίς να την κόψεις, είτε σε ένα λευκό χαρτί το οποίο θα επικολλήσεις με κόλλα στη πρώτη ή στη τελευταία σελίδα της αναφοράς σου που θα την υποβάλλεις, την επόμενη φορά που θα προσέλθεις για να ξανακάνεις πείραμα στο εργαστήριο. Να μην ξεχάσεις πριν φύγεις από το εργαστήριο να πάρεις την υπογραφή του επιβλέποντος του εργαστηρίου, διότι αυτό θα αποδεικνύει τη φυσική σου παρουσία στο εργαστήριο στη συγκεκριμένη ημερομηνία.

Υπολογισμοί & Ανάλυση / Calculations & Analysis:

Σημείωση: Καθώς εξελίσσεται το εξάμηνο, αναμένεται από σένα να παίρνεις όλο και περισσότερη υπευθυνότητα για τον τρόπο ανάλυσης των δεδομένων σου. Το να βγάζει κανείς βάσιμα συμπεράσματα από τα δεδομένα, αποτελεί ικανότητα ζωτικής σημασίας για κάθε μηχανικό ή επιστήμονα. Οι οδηγίες για την ανάλυση δεδομένων για τα περισσότερα πειράματα δεν θα είναι τόσο λεπτομερείς όπως οι παρακάτω οδηγίες.

- **Υπολογισμοί-Αριθμητική ανάλυση / Numerical Analysis:** Υπολογίσετε το λόγο C/D για κάθε αντικείμενο. Εκτιμήσετε την ακρίβεια για κάθε τιμή του C/D.
- **Γραφική παράσταση /Graphical Analysis:** Χρησιμοποιήστε το Excel για να χαράξετε την γραφ. Παράσταση του C versus D. Χρησιμοποιήστε το Excel για να εμφανιστεί η εξίσωση της καλύτερης προσαρμοσμένης ευθείας (best fit line) για τα δεδομένα μας. Χρησιμοποιήστε το LINEST function για να εκτιμήσετε την αβεβαιότητα στη κλίση (slope) και στην διατομή (intercept) για την προσαρμοσμένη ευθεία που πήρατε. Βεβαιωθείτε ότι καταλαβαίνετε τις έννοιες της διατομής και της κλίσης .
- **Ερωτήσεις που πρέπει να απαντηθούν:**
 - Πώς οι υπολογισμοί σου και οι γραφ. παραστάσεις επιβεβαιώνουν (ποιοτικά ή ποσοτικά) τις προβλέψεις της θεωρίας, εν προκειμένω αν υποστηρίζουν ή καταρρίπτουν την υπόθεση?
 - Η γραφ. ανάλυση συμφωνεί με τους αριθμητικούς υπολογισμούς σου?
 - Τα αποτελέσματα σου για τον λόγο C/D συμφωνεί με τις προβλέψεις της θεωρίας?

Αναφορά/Lab Report:

Παρακάτω παρέχεται ένα δείγμα αναφοράς γι αυτό το πείραμα, σαν παράδειγμα για σένα για να την ακολουθήσεις όταν γράφεις μελλοντικά αναφορές (αν και όπως αναφέρεται στο εργαστηριακό εγχειρίδιο, η σύνταξη μιας αναφοράς είναι προσωπική υπόθεση--όχι ομαδική, που απαιτεί προσωπική πρωτοβουλία και φαντασία. Άρα δεν αποτελεί ένα τυφλοσύρτη ερωτο-απαντήσεων. Είναι τεχνικό δοκίμιο και απαιτεί ένα καθορισμένο format σύνταξης και παρουσίασης, όπως αναλύεται στο εργαστηριακό εγχειρίδιο, χωρίς αυτό να αποτελεί δέσμευση).

ΔΕΙΓΜΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΠΕΙΡΑΜΑ: ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΟΥ C/D

Αντικείμενο /Abstract

Σ' αυτή την έρευνα, εξετάζουμε την υπόθεση ότι το μήκος της περιφέρειας (C) και η διάμετρος (D) ενός κύκλου είναι ευθέως ανάλογα μεγέθη. Μετράμε την το μήκος της περιφέρειας και την διάμετρο πέντε κυκλικών σωμάτων των οποίων η διάμετρος κυμαίνεται από 2 cm έως 7 cm. Χρησιμοποιήσαμε διαστημόμετρο (Vernier callipers) για να μετρήσουμε την διάμετρο καθενός αντικειμένου, ενώ με ένα κομμάτι χαρτί είχαμε περιτυλίξει την κυλινδρική επιφάνεια κάθε σώματος για να προσδιορίσουμε την το μήκος της περιφέρειας του. Η αριθμητική ανάλυση αυτών κυκλικών αντικειμένων απέδωσε τον αδιάστατο λόγο C/D ratio of 3.14 ± 0.03 , που είναι ουσιαστικά σταθερός και ίσος με π . Στη συνέχεια η γραφική ανάλυση οδήγησε σε λιγότερο ακριβές αποτέλεσμα, αλλά σε ισοδύναμη τιμή για τον ίδιο λόγο 3.15 ± 0.11 . Τα αποτελέσματα αυτά υποστηρίζουν την κοινώς αποδεκτή θεωρία η οποία λέει ότι $C = \pi D$ για όλους τους κύκλους. Επειδή μόνο ένα μικρό δείγμα κύκλων αναλύθηκε, είναι ευνόητο ότι πρόσθετα δεδομένα θα πρέπει να ληφθούν ώστε επιβεβαιωθεί με σιγουριά η οικουμενική ισχύς της υπόθεσης, συγκεκριμένα αν εφαρμόζεται η υπόθεση για πολύ μικρούς και για πολύ μεγάλους κύκλους.

Θεωρία/Introduction: (δεν συνιστάται για το πείραμα αυτό για προφανείς λόγους)

Πειραματική Διαδικασία / Procedure: (δεν την θεωρώ απαραίτητη στην αναφορά)

Πέντε αντικείμενα επιλέχθηκαν έτσι ώστε οι μετρήσεις της περιφέρειας και της διαμέτρου θα μπορούσε να ληφθούν εύκολα. Δεν χρησιμοποιήσαμε αντικείμενα ακανόνιστου σχήματος ή τέτοια που θα μπορούσαν να παραμορφωθούν κατά τη μέτρηση. Η διάμετρος καθενός από τα 5 αντικείμενα μετρήθηκε με χάρακα ή με διαστημόμετρο. Η μέτρηση του μήκους της περιφέρειας ελήφθη περιτυλίγοντας σφιχτά γύρω από το αντικείμενο ένα μικρό κομμάτι χαρτί, σημαδεύοντας την περιφέρεια στο χαρτί με ένα μολύβι, και μετρώντας στη συνέχεια την απόσταση με χάρακα ή με παχύμετρο. Η αβεβαιότητα που ενέχεται σε κάθε μέτρηση βασίζεται στην ακρίβεια της συσκευής μέτρησης όπως και στην ικανότητα του πειραματιστή να παίρνει αξιόπιστες μετρήσεις.

Χρησιμοποιηθέντα αντικείμενα:

- AA battery, 2 κομμάτια από σωλήνες PVC, κονσερβοκούτι ντομάτας, κέρμα ευρώ
- Μετροταινία με 1mm resolution
- Vernier caliper με 0.05 mm resolution

Μετρήσεις/Data: (το υπογεγραμμένο φύλλο μετρήσεων είναι συνημμένο στο τέλος της αναφοράς /attached page is at the end of this report)

Περιγραφή σώματος	Diameter (cm)	Circumference (cm)	Όργανο μέτρησης
Κέρμα 1 ευρώ	1.90 ± 0.01	5.93 ± 0.03	Vernier caliper, paper
AA battery	3.30 ± 0.02	10.45 ± 0.05	Vernier caliper, paper
PVC cylinder A	4.23 ± 0.02	13.30 ± 0.03	Vernier caliper, paper
PVC cylinder B	6.04 ± 0.02	18.45 ± 0.05	Plastic ruler, paper
Κουτί ντομάτας	6.6 ± 0.1	21.2 ± 0.1	Plastic ruler, paper

Υπολογισμοί & Ανάλυση αποτελεσμάτων /Calculations&Analysis:

Η τιμή του λόγος C/D για το κέρμα είναι (5.93 cm)/(1.90 cm) = 3.12 (no units). Η ακρίβεια του λόγου μπορεί να εκτιμηθεί χρησιμοποιώντας τη σχέση διάδοσης του σφάλματος:

$$\delta y = \pm y \sqrt{(\delta C/C)^2 + (\delta D/D)^2} \quad (\text{γιατί??})$$

Παρομοίως επαναλαμβάνουμε τους ίδιους υπολογισμούς και για τα υπόλοιπα σώματα και τα αποτελέσματα έχουν καταχωρηθεί στον ακόλουθο πίνακα.

Περιγραφή σώματος	Diameter (cm)	Circumference (cm)	Ο λόγος C/D (no units)
Κέρμα 1 ευρώ	1.90 ± 0.01	5.93 ± 0.03	3.12 ± 0.02

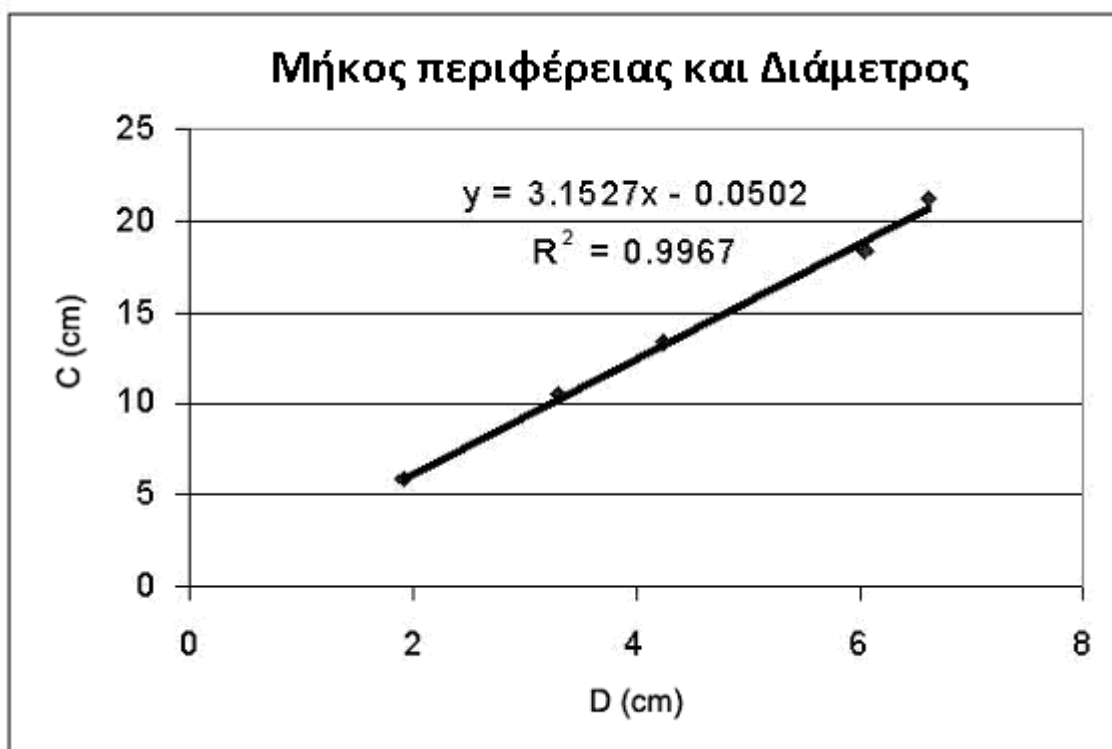
AA battery	3.30 ± 0.02	10.45 ± 0.05	3.17 ± 0.02
PVC cylinder A	4.23 ± 0.02	13.30 ± 0.03	3.14 ± 0.02
PVC cylinder B	6.04 ± 0.02	18.45 ± 0.05	3.06 ± 0.01
Κουτί ντομάτας	6.6 ± 0.1	21.2 ± 0.1	3.21 ± 0.05

Μέσος όρος: $C/D = 3.14 \pm 0.03$

Από τη πειραματική έρευνα μας προέκυψε ότι η μέση τιμή του λόγου C/D είναι 3.14 ± 0.03 (no units). Η τιμή αυτή συμφωνεί με την αποδεκτή τιμή του π (3.1415926...). Η αβεβαιότητα (ή σφάλμα) που συνδέεται με τη μέση τιμή του λόγου C/D είναι το τυπικό σφάλμα για τις πέντε τιμές του C/D , το οποίο ισούται με τη τυπική απόκλιση (0.06) διαιρεμένο με τη τετραγωνική ρίζα του αριθμού των μετρήσεων N , που στη περίπτωση μας είναι 5, δηλ. $\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 / N}$

Αν και οι πέντε τιμές του λόγου C/D δεν συμφωνούν μεταξύ τους μέσα στα όρια των υπολογισμένων αβεβαιοτήτων, εν τούτοις η διακύμανση μεταξύ των τιμών είναι σχετικά μικρή (μόνο $\sim 0.06/3.14 = 2\%$), το οποίο γεγονός ερμηνεύεται ότι η τιμή του λόγου C/D έχει σταθερή τιμή. Η αιτιολογία γι αυτή την ισχυρή συμφωνία μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι οι επιμέρους αβεβαιότητες ήταν υποεκτιμημένες ή ότι ίσως είναι συνέπεια της απλοϊκής μεθόδου που χρησιμοποιήσαμε για να μετρήσουμε το μήκος της περιφέρειας των αντικειμένων. Μπορεί το χαρτί που χρησιμοποιήσαμε να ξέφυγε, όμως αυτή η αστοχία θα πρέπει να είναι τυχαίο σφάλμα, το οποίο δεν θα επηρέαζε συστηματικά την μέση τιμή των μετρήσεων μας για το C .

Ένας άλλος τρόπος που μπορούμε να υλοποιήσουμε και να υπολογίσουμε αυτόν το σταθερό λόγο είναι η γραφική μέθοδος. Χαράσσουμε την το μήκος της περιφέρειας (versus) ως προς τη διάμετρο του αντικειμένου. Οι γραφικές παραστάσεις είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για να εξετάσουμε τις πιθανές τάσεις πάνω στη περιοχή των μετρήσεων.



Αν C είναι ευθέως ανάλογο του D , τότε θα πρέπει να πάρουμε ευθεία γραμμή η οποία να περνά από την αρχή των αξόνων $(0,0)$. Από τα αριθμητικά μας αποτελέσματα, θα περιμέναμε η κλίση της C vs. D να ισούται με π . Η κλίση για την καλύτερη προσαρμοσμένη ευθεία είναι (3.15 ± 0.11) , η οποία ισούται με π μέσα στα όρια της αβεβαιότητας ή του σφάλματος. Η διατομή είναι ουσιαστικά μηδέν: (-0.05 ± 0.5) . Η ποσότητα R^2 η οποία στη στατιστική καλείται συντελεστής προσδιορισμού, δείχνει πόσο καλά τα σημεία δεδομένων σε μια γραφική παράσταση πέφτουν πολύ κοντά στην καλύτερη προσαρμοσμένη ευθεία ή καμπύλη. Αν όλα τα σημεία δεδομένων πέφτουν πάνω ακριβώς στην προσαρμοσμένη ευθεία, τότε η ποσότητα R^2 ισούται με 1. Αν τα δεδομένα έχουν διάσπαρτα με τυχαίο τρόπο, τότε $R^2 = 0$. Στη περίπτωση μας, $R^2 = 0.997$, που σημαίνει ότι η προσαρμοσμένη ευθεία προσαρμόζει τα δεδομένα μας πολύ καλά.

Συμπεράσματα/Conclusions

Τα αποτελέσματά μας υποστηρίζουν την αρχική υπόθεση για τους 5 κύκλους που εξετάσαμε με διαμέτρους κυμαινόμενες από 2 cm έως 7 cm. Ο λόγος C/D για τα 4 αντικείμενα είναι ουσιαστικά σταθερός (3.14 ± 0.03) και ίσος με π . Η συγκεκριμένη αβεβαιότητα είναι το τυπικό σφάλμα του λόγου C/D για τα πέντε αντικείμενα. Ακόμη, η ανάλυση της γραφικής αναπαράστασης υποστηρίζει την υπόθεση της “γραμμικής αναλογίας” μεταξύ των μεγεθών C και D . Η γραμμή έχει ως σημείο διατομής (-0.05 ± 0.5) το οποίο ισούται με μηδέν μέσα στο όριο αβεβαιότητας και η κλίση (3.15 ± 0.11) ισούται με π . Η μεγαλύτερη αβεβαιότητα που προκύπτει από τη γραφική ανάλυση σημαίνει ότι τα τυχαία σφάλματα των μετρήσεων μπορεί να είναι μεγαλύτερα από εκείνα που υπολογίστηκαν στην αριθμητική ανάλυση. Σίγουρα ένα μεγαλύτερο δείγμα σωμάτων να έδιδε πιο πειστικά αποτέλεσμα για το πείραμά μας.

Οι αβεβαιότητες (ή τα σφάλματα) που ενέχονται στις μετρήσεις μας θα μπορούσαν να οφείλονται στο περιτύλιγμα του χαρτιού όταν μετρούσαμε το μήκος της περιφέρειας και φυσικά στη μειωμένη ακρίβεια του υποδεκάμετρου. Η χρήση του χαρτιού για να μετρήσουμε την το μήκος της περιφέρειας ήταν πιθανά η πιο σημαντική πηγή του σφάλματος. Όμως είναι απίθανο αυτή η μέθοδος μέτρησης να προκατέλαβε τα αποτελέσματά μας, εφόσον η τεχνική αυτή πιθανά να έδωσε μετρήσεις του C άλλοτε μεγαλύτερες και άλλοτε μικρότερες από το υποτιθέμενο σωστό αριθμό, όμως αυτό δεν είναι συστηματικό σφάλμα!

Ο λόγος C/D για τον τέλειο κύκλο έχει υπολογιστεί στην αρχαιότητα από τους Αρχιμήδη και Πτολεμαίο, ενώ αναφέρεται στη Παλαιά Διαθήκη καθώς και από τους Βαβυλώνιους και τους Αιγυπτίους, ίσος προς $\pi = 3.14159\dots$ Η τιμή προσδιορίσαμε στο πείραμα μας φαίνεται να συνεπής με την αποδεκτή τιμή του π , μέσα στο όριο του πειραματικού σφάλματος. Αυτός ο μοναδικός λόγος C/D έχει πολλές σημαντικές εφαρμογές, όπου συναντιόνται κύκλοι ή σφαίρες.

Ακολουθεί συνημμένα το υπογεγραμμένο φύλλο μετρήσεων με την ημερομηνία εκτέλεσης / data page is attached, dated and signed by the lab instructor.